



COLEGIO EMPRESARIAL

Educamos para la vida... porque la vida es toda una empresa.

UNIDAD DIDÁCTICA # 2 PARA EL DESARROLLO PROCESO ACADÉMICO – 2020 (PLAN DE CONTINGENCIA NACIONAL).

GRADO: Sexto	ASIGNATURA: Geometría y estadística
PERIODO: 2	DOCENTE: María Andrea Cardona Mesa

Nota: esta parte, la cual pertenece a los conceptos teóricos a trabajar a lo largo de la unidad didáctica, NO la debes regresar con los talleres, ya que es un recurso para tu aprendizaje continuo.

1. LOGRO: Propone y desarrolla estrategias de medición y cálculo de diferentes cantidades (áreas, volúmenes) para resolver problemas y aplicarlas en situaciones reales al identificar regularidades y argumentar propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas. DBA-5 Y DBA-7.

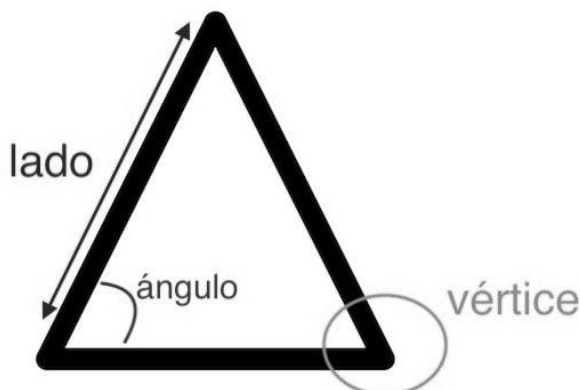
2. CONCEPTOS BÁSICOS TEÓRICOS

EL TRIÁNGULO, SU CLASIFICACIÓN. TEOREMA DE PITÁGORAS

EL TRIÁNGULO, SU CLASIFICACIÓN

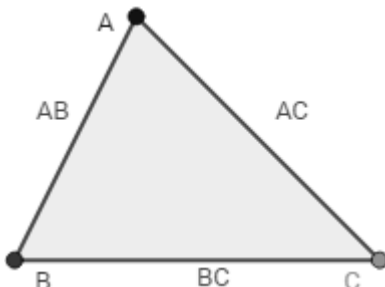
¿Qué es el triángulo?

Los triángulos o trígonos **son figuras geométricas planas, básicas, que poseen tres lados en contacto entre sí** en puntos comunes denominados **vértices**. Su nombre proviene del hecho de que posee **tres ángulos interiores** o internos, formados por cada par de líneas en contacto en un mismo vértice.



Estas figuras geométricas se nombran y clasifican de acuerdo a la forma de sus lados y al tipo de ángulo que construyen. Sin embargo, sus lados son siempre tres y **la suma de todos sus ángulos siempre dará 180°**.

Elementos del triángulo



Los **vértices** del triángulo son los puntos A, B y C

Los **lados** son los segmentos AB, BC y AC (se nombran así para indicar los dos vértices que une cada uno de ellos)

Los **ángulos** se forman al unir dos lados

Curiosidades de los triángulos.

Los triángulos han sido estudiados por la humanidad desde tiempos inmemoriales, ya que han estado asociados a lo divino, a los misterios y a la magia. Por eso, es posible hallarlos en muchos símbolos ocultistas (masonería, brujería, cábala, etc.) y en tradiciones religiosas. Su número asociado, el tres (3), numerológicamente alude al misterio de la concepción y a la vida misma. En la historia del triángulo la antigüedad griega merece un lugar destacado. El griego Pitágoras (c. 569 – c. 475 a.C.) propuso su célebre teorema para los triángulos rectángulos, que reza que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los catetos.

Tomado de: <https://concepto.de/triangulo/#ixzz6Nlm5pDQI>

Propiedades de los triángulos

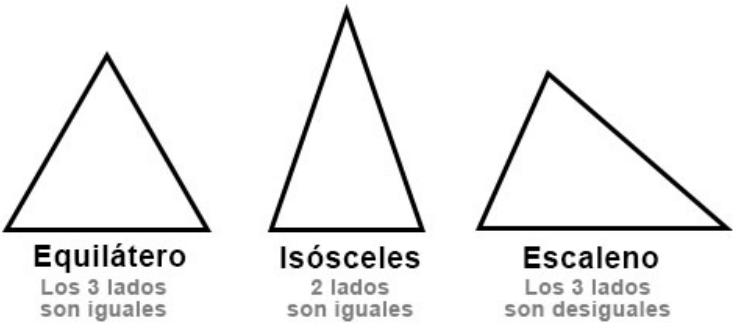
- La propiedad más obvia de los triángulos son sus **tres lados, tres vértices y tres ángulos**, que bien pueden ser semejantes o totalmente distintos entre sí.
- Los triángulos son los polígonos más simples que hay y **carecen de diagonal**, ya que con tres puntos no alineados cualesquiera es posible formar un triángulo.
- Cualquier otro polígono puede dividirse en un conjunto ordenado de triángulos, en lo que se conoce como **triangulación**, de modo que el estudio de los triángulos es fundamental para la geometría.
- Los triángulos **son siempre convexos**, nunca cóncavos, ya que sus ángulos nunca pueden superar los 180°.

Fuente: <https://concepto.de/triangulo/#ixzz6NlrnLVfS>

Clasificación de los triángulos

Los triángulos se pueden clasificar de dos formas, teniendo en cuenta **sus lados o sus ángulos**

SEGÚN SUS LADOS

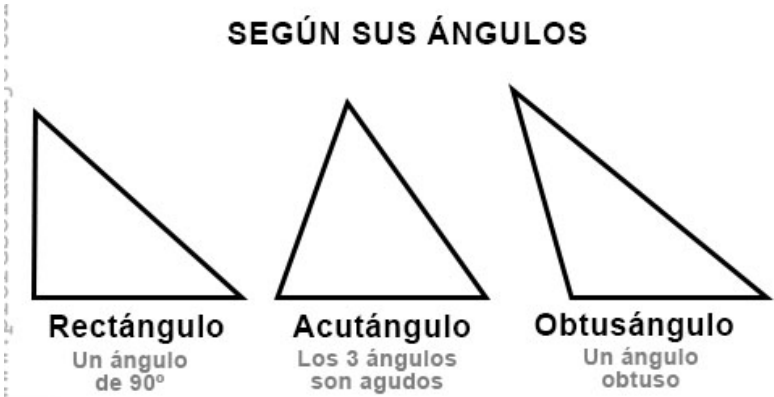


Tipos de triángulos según los lados.

Basándonos en la medida relativa de los lados de un triángulo podemos hacer la siguiente clasificación de triángulos según los lados:

- Equiláteros:** son triángulos que tienen todos sus lados iguales.
- Isósceles:** son triángulos que tienen dos de sus lados iguales.
- Escalenos:** son triángulos que tienen todos sus lados desiguales.

SEGÚN SUS ÁNGULOS



Tipos de triángulos según sus ángulos.

Según la amplitud de sus ángulos, podemos clasificar los triángulos de la siguiente manera:

Rectángulos: son triángulos que tienen un ángulo recto (90°). El lado opuesto al ángulo recto se denomina hipotenusa y los otros dos son los catetos. La hipotenusa siempre es mayor que cualquiera de sus catetos. En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios, suman 90°.

Acutángulos: son triángulos que tienen los tres ángulos agudos (miden menos de 90°).

Obtusángulos: son triángulos que tienen un ángulo obtuso (mayor de 90°).

Tomado de: <https://www.profesordedibujo.com/geometria-plana/triangulos/tipos-de-triangulos-y-elementos-notables/>

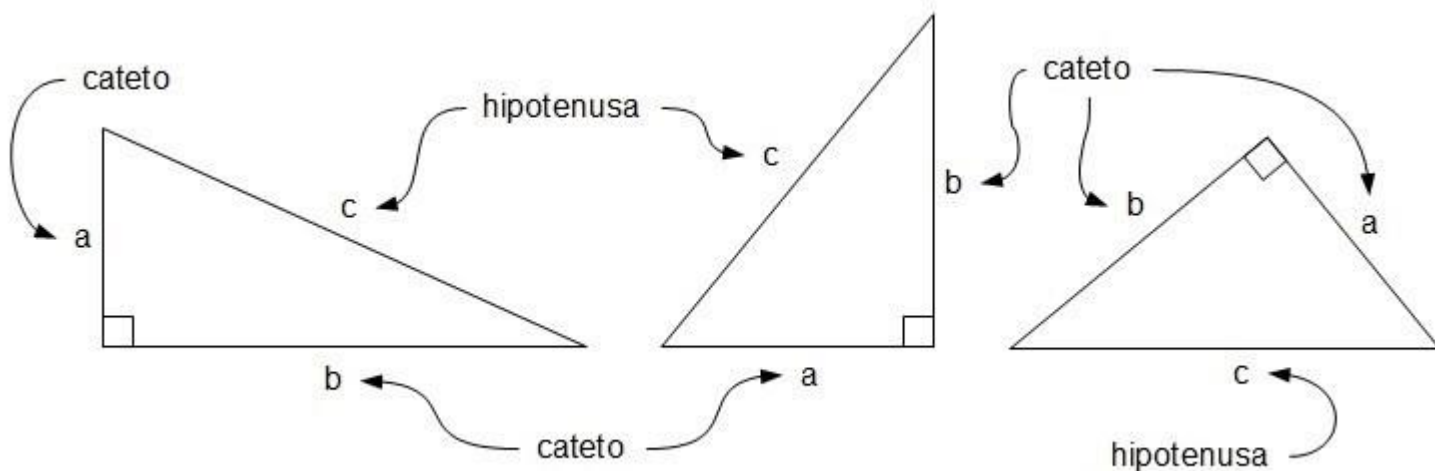
TEOREMA DE PITÁGORAS

El **Teorema de Pitágoras** es un teorema que nos permite **relacionar los tres lados de un triángulo rectángulo**, por lo que es de enorme utilidad cuando conocemos dos de ellos y queremos saber el valor del tercero.

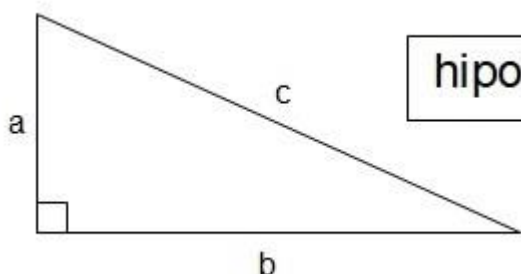
También nos sirve para **comprobar**, conocidos los tres lados de un triángulo, **si un triángulo es rectángulo**, ya que si lo es sus lados deben cumplirlo.

Como ya sabréis, un triángulo rectángulo es aquél en el que uno de sus tres ángulos mide 90 grados, es decir, es un ángulo recto. Está claro que, si uno de los ángulos es recto, ninguno de los otros dos puede serlo, pues deben sumar entre los tres ángulos 180 grados, esto lo vimos en las propiedades de los ángulos.

En los triángulos rectángulos se distinguen unos lados de otros. Así, al lado mayor de los tres y opuesto al ángulo de 90 grados se le llama **hipotenusa**, y a los otros dos lados **catetos**. En la siguiente imagen se muestra varios ejemplos de un **triángulo rectángulo**



Pues bien, el **Teorema de Pitágoras** dice que: «**En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos**».



$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}_1^2 + \text{cateto}_2^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

h o c: Hipotenusa (su medida siempre debe ser más grande que la medida de cada cateto)

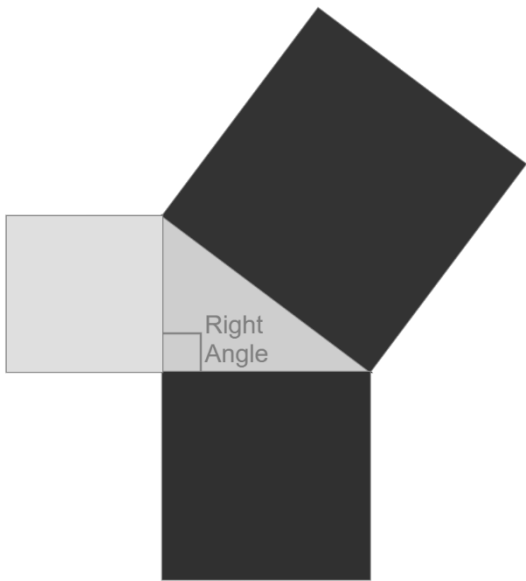
a: cateto altura

b: cateto base

tomado de: <https://matematicascercanas.com/2019/02/16/teorema-de-pitagoras/>

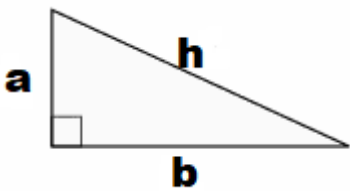
Demostración geométrica
Hace años, un hombre llamado Pitágoras descubrió un hecho asombroso sobre triángulos:

Si el triángulo tiene un ángulo recto (90°)...
... y pones un cuadrado sobre cada uno de sus lados, entonces...
... ¡el cuadrado más grande tiene **exactamente la misma área** que los otros dos cuadrados juntos!



Recordemos que **el lado más largo del triángulo se llama "hipotenusa"**, así que la definición formal del teorema y explicada en la imagen anterior es:

En un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados (llamamos "triángulo rectángulo" a un triángulo con un ángulo recto)



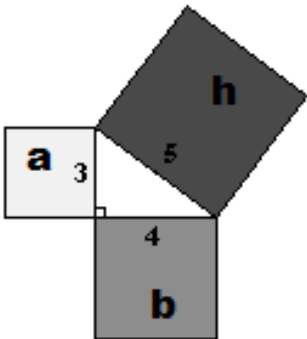
el cuadrado de a (**a²**) más el cuadrado de b (**b²**) es igual al cuadrado de h (**h²**). La fórmula sería:

$$h^2 = a^2 + b^2$$

Tomado de: <https://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/teorema-pitagoras.html>

Ejemplo

Un triángulo de lados "3,4,5" tiene un ángulo recto, así que la fórmula debería funcionar.



Veamos si las áreas son la misma:
Recordemos que se debe elevar al cuadrado los catetos (lados mas cortos del triángulo) y que el resultado de la suma de estos cuadrados es igual a la hipotenusa al cuadrado.

$$\begin{aligned} h^2 &= a^2 + b^2 \\ h^2 &= 3^2 + 4^2 \\ h^2 &= (3 \times 3) + (4 \times 4) \\ h^2 &= 9 + 16 \\ h^2 &= 25 \end{aligned}$$

ahora comprobemos, hallemos el área del cuadrado h, entonces:
 $A = 5^2 = 5 \times 5 = 25$

Pudimos comprobar que el área del cuadrado h, es igual a h^2

¡sí, funciona!


NO OLVIDES

Si sabemos las longitudes de **dos lados** de un triángulo con un ángulo recto, el **Teorema de Pitágoras** nos ayuda a encontrar la longitud del **tercer lado**. **(¡Pero recuerda que sólo funciona en triángulos rectángulos!)**

Ejemplos de cómo aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo


- **Cuando se debe hallar la hipotenusa**

Ejemplo: Los catetos de un triángulo rectángulo miden en 3 m y 4 m respectivamente. **¿Cuánto mide la hipotenusa?**

 <p>Respuesta: La hipotenusa mide 5 m</p>	$h^2 = a^2 + b^2$ $h^2 = 4^2 + 3^2$ $h^2 = (4 \times 4) + (3 \times 3)$ $h^2 = 16 + 9$ $h^2 = 25$ $\sqrt{h^2} = \sqrt{25}$ $h = 5$	<p>Escribimos la formula del teorema de Pitágoras</p> <p>Reemplazamos en la formula los valores que conocemos, para este caso el de los catetos</p> <p>Desarrollamos las potencias</p> <p>Realizamos las multiplicaciones</p> <p>Sumamos</p> <p>Sacamos raíz cuadrado a ambos lados (la radicación consiste en encontrar un número que multiplicado dos veces por sí mismo, de como resultado lo que está en la raíz). Debemos buscar un número que multiplicado por sí mismo de como resultado 25</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- **Cuando se debe hallar uno de los catetos**

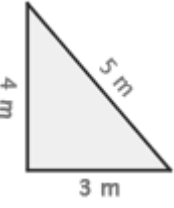
Ejemplo: La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 5 m y uno de sus catetos 3 m. **¿Cuánto mide otro cateto?**

 <p>Respuesta: el valor del cateto a es 4m</p>	$h^2 = a^2 + b^2$ $5^2 = a^2 + 3^2$ $5^2 - 3^2 = a^2$ $(5 \times 5) - (3 \times 3) = a^2$ $25 - 9 = a^2$ $16 = a^2$ $\sqrt{16} = \sqrt{a^2}$ $4 = a$	<p>Escribimos la formula del teorema de Pitágoras</p> <p>Reemplazamos en la formula los valores que conocemos, para este caso la hipotenusa y el cateto b</p> <p>Como debemos encontrar el valor del cateto a, entonces, el valor del cateto b pasa a restar al lado del valor de la hipotenusa</p> <p>Desarrollamos las potencias</p> <p>Realizamos las multiplicaciones</p> <p>Restamos</p> <p>Sacamos raíz cuadrado a ambos lados (la radicación consiste en encontrar un número que multiplicado dos veces por sí mismo, de como resultado lo que está en la raíz). Debemos buscar un número que multiplicado por sí mismo de como resultado 16</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- **Como saber si el triángulo es rectángulo**

Conociendo sus lados, averiguar si es rectángulo
Para que sea rectángulo el cuadrado de lado mayor ha de ser igual a la suma de los cuadrados de los dos menores.

Ejemplo: Determinar si el triángulo es rectángulo.

 <p>Respuesta: el triángulo dado es rectángulo.</p>	$h^2 = a^2 + b^2$ $5^2 = 4^2 + 3^2$ $(5 \times 5) = (4 \times 4) + (3 \times 3)$ $25 = 16 + 9$ $25 = 25$	<p>Escribimos la formula del teorema de Pitágoras</p> <p>Reemplazamos en la formula los valores que conocemos, para este caso el de los catetos y la hipotenusa</p> <p>Desarrollamos las potencias</p> <p>Realizamos las multiplicaciones</p> <p>Sumamos</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

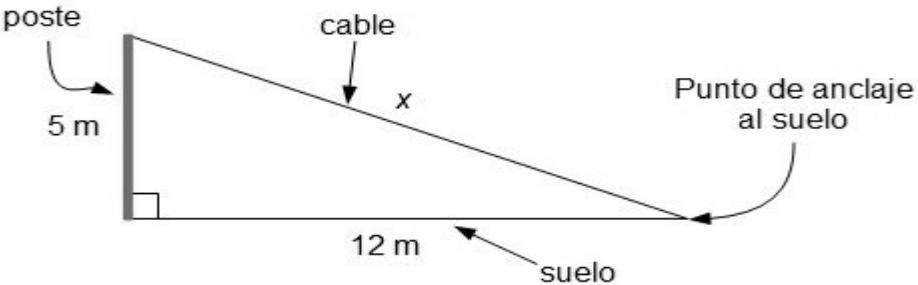
		Si, a ambos lados del igual queda el mismo resultado podemos decir que nuestro triángulo es rectángulo.
--	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------

Ejemplos de solución de problemas aplicando el teorema de Pitágoras

Vamos a ver una **aplicación práctica del Teorema de Pitágoras** para calcular un lado desconocido en un triángulo rectángulo.

Problema: Se quiere sujetar un poste vertical de 5 metros de altura con un cable tirante desde su parte más alta hasta el suelo. Si la distancia desde el punto de anclaje del cable en el suelo a la base del poste es de 12 metros, ¿cuánto debe medir el cable?

Para empezar, es clave realizar un bosquejo (dibujo) del problema que nos ayude a ver mejor los datos dados y que proceso debo aplicar. Como el poste vertical es perpendicular al suelo, forma un ángulo recto con él. Si consideramos el propio poste, el cable y la distancia entre la base del poste y el punto de anclaje al suelo, tenemos un triángulo rectángulo:



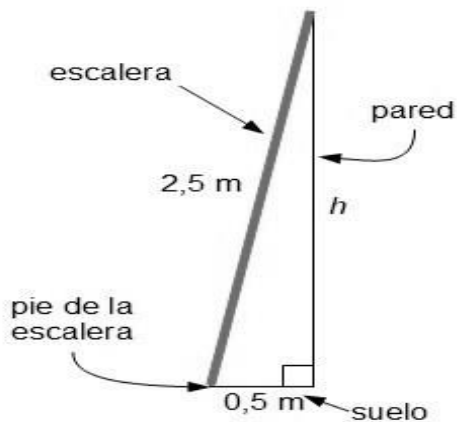
Llamando x a la longitud del cable (hipotenusa), y aplicando el Teorema de Pitágoras, se debe cumplir que:

$h^2 = a^2 + b^2$	Escribimos la formula del teorema de Pitágoras
$x^2 = 5^2 + 12^2$	Reemplazamos en la formula los valores que conocemos, para este caso el de los catetos
$x^2 = (5 \times 5) + (12 \times 12)$	Desarrollamos las potencias
$x^2 = 25 + 144$	Realizamos las multiplicaciones
$x^2 = 169$	Sumamos
$\sqrt{x^2} = \sqrt{169}$	Sacamos raíz cuadrado a ambos lados (la radicación consiste en encontrar un número que multiplicado dos veces por sí mismo, de como resultado lo que está en la raíz).
$h = 13m$	Debemos buscar un número que multiplicado por sí mismo de como resultado 169 =13 x13
Respuesta: el cable debe medir 13 metros	

Veamos otro ejemplo donde lo que queramos calcular no sea la hipotenusa si no uno de los dos catetos.

Problema: Una escalera de 2,5 metros de longitud está apoyada en una pared vertical. Si el pie de la escalera está colocado a medio metro de dicha pared, ¿a qué altura llega la parte superior de la escalera?

Recuerda que lo primero que debes hacer es el dibujo del problema que te ayudara a ver mejor que proceso debes utilizar aplicando el teorema de Pitágoras. Al ser la pared vertical, la pared y el suelo son perpendiculares. Si consideramos la escalera, la altura que alcanza ésta en la pared medida desde el suelo, y la distancia del pie de la escalera a la pared, tenemos un triángulo rectángulo:



Llamando h a la altura que alcanza la escalera en la pared, y aplicando el Teorema de Pitágoras, se tiene que:

$h^2 = a^2 + b^2$	→	Escribimos la formula del teorema de Pitágoras
$2,5^2 = a^2 + 0,5^2$	→	Reemplazamos en la formula los valores que conocemos, para este caso la hipotenusa y el cateto b
$2,5^2 - 0,5^2 = a^2$	→	Como debemos encontrar el valor del cateto a (h en este ejercicio), entonces, el valor del cateto b pasa a restar al lado del valor de la hipotenusa
$(2,5 \times 2,5) - (0,5 \times 0,5) = a^2$	→	Desarrollamos las potencias
$6,25 - 0.25 = a^2$	→	Realizamos las multiplicaciones
$6 = a^2$	→	Restamos
$\sqrt{6} = \sqrt{a^2}$	→	Sacamos raíz cuadrado a ambos lados (la radicación consiste en encontrar un número que multiplicado dos veces por sí mismo, de como resultado lo que está en la raíz). Debemos buscar un número que multiplicado por sí mismo de como resultado 6
$2,45 = a$	→	
Respuesta: La escalera llega a la altura de 2,45 metros		

Tomado de: <https://maticascercanas.com/2019/02/16/teorema-de-pitagoras/>



UNIDAD DIDÁCTICA # 2 PARA EL DESARROLLO PROCESO ACADÉMICO – 2020
(PLAN DE CONTINGENCIA NACIONAL).

GRADO: Sexto	ASIGNATURA: Geometría y estadística
PERIODO: 2	DOCENTE: María Andrea Cardona Mesa
ESTUDIANTE:	

1. Actividad evaluativa procedimental

1. Completa el recuadro teniendo en cuenta la clasificación de los triángulos

CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ÁNGULOS.

DIBUJO	NOMBRE	CARACTERÍSTICAS
		TIENE TRES ÁNGULOS AGUDOS.
	RECTÁNGULO	

CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS SEGÚN SUS LADOS.

DIBUJO	NOMBRE	CARACTERÍSTICAS
	ISÓSCELES	
		TODOS SUS LADOS DE DISTINTA MEDIDA.

2. Halla cada uno de los valores del triángulo rectángulo que hace falta. Recuerda que debe aparecer todo el proceso matemático para ser válido.

a.

b.

c.

d.

3. Calculo la medida del lado del triángulo rectángulo que hace falta y realizo el dibujo correspondiente.

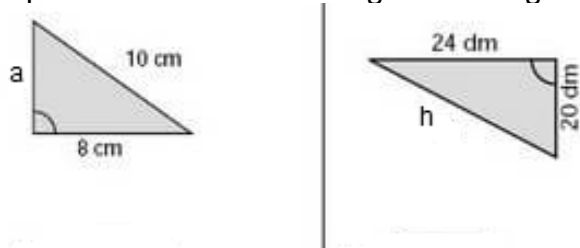
- a. Halla la medida, en centímetros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 5 y 12 centímetros.
- b. Halla la medida, en centímetros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 10 cm y el cateto conocido mide 8 cm.

4. Resuelve los siguientes problemas utilizando el teorema de Pitágoras para llegar a su solución, realiza el dibujo que ilustre cada situación, recuerda que también debe aparecer el proceso matemático
- a. Una escalera de 15 metros se apoya en una pared vertical, de modo que el pie de la escalera se encuentra a 9 metros de esa pared. Calcula la altura en metros, que alcanza la escalera sobre la pared.
 - b. Un faro de 16 metros de altura manda su luz a una distancia horizontal sobre el mar de 63 metros. ¿Cuál es la longitud, en metros, del haz de luz?
 - c. . Desde un balcón de un castillo en la playa se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros del castillo. ¿A qué altura se encuentra ese balcón?

2. Actividad evaluativa conceptual

1. Completa la información teniendo en cuenta lo estudiado sobre el triángulo y su clasificación.
- a. Los _____ son figuras geométricas planas, que poseen _____ lados en contacto entre sí en puntos comunes denominados vértices.
 - b. Los triángulos se clasifican según _____ y _____
 - c. Los _____ interiores de un triángulo siempre suman _____ grados.
 - d. Los elementos de un triángulo son: tres _____, _____ vértices y tres ángulos.
 - e. Un triángulo _____ es aquel que todos sus lados son diferentes.
 - f. Un triángulo rectángulo es el que tiene un ángulo de _____ grados y recibe el nombre de _____
 - g. El triángulo que tiene 3 ángulos agudos recibe el nombre de _____
 - h. Se llama triángulo isósceles porque tiene _____

2. Halla la medida del lado que hace falta en el triángulo rectángulo.



3. Resuelve cada una de las siguientes situaciones, no olvides que debe tener el dibujo de la situación, el proceso matemático y la respuesta para ser válido.
- a. El dormitorio de Pablo es rectangular, y sus lados miden 3 y 4 metros. Ha decidido dividirlo en dos partes triangulares con una cortina que une dos vértices opuestos. ¿Cuántos metros deberá medir la cortina?
 - b. Una escalera de 65 decímetros se apoya en una pared vertical de modo que el pie de la escalera está a 25 decímetros de la pared. ¿Qué altura, en decímetros alcanza la escalera?
4. Calculo la medida del lado del triángulo rectángulo que hace falta y realizo el dibujo correspondiente.
- a. Halla la medida, en metros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 17 metros y el cateto conocido mide 15 metros.
 - b. Calcula la medida de cada lado de un rombo, sabiendo que sus diagonales miden 12 y 16 centímetros.

3. AUTO-EVALUACIÓN:

NOTA: Asigna una valoración de 1 a 100 según el trabajo realizado con el logro y luego realiza el promedio (suma las notas y divide entre 5).	VALORACIÓN
Responsabilidad con el trabajo en casa.	
Tiempo de trabajo dedicado en la plataforma o en el taller escrito.	
Puntualidad en la entrega de trabajos.	
Dedicación, compromiso, interés en el desarrollo del taller individual.	
Grado del nivel de apropiación de los contenidos tratados.	
PROMEDIO	